Тема №1
«Уравнения. Неравенства. Системы уравнений и неравенств»

Задачи для самостоятельного решения

1. *Решить уравнения и указать их вид*
   - A) $8x+8=10-2x$;
   - B) $\frac{5x}{2}-1=\frac{4}{3}$
   - C) $\frac{7}{x-1}-\frac{5}{3-x}=0$;
   - D) $x^2+3x-4=0$;
   - E) $(6-x)(x+5)(3x-2)=0$;
   - F) $x^3=125$
   - G) $x^4=256$
2. *Решить неравенства и указать их вид*
   - A) $7x+3>9x-10$
   - B) $\frac{9-x}{2x+7}\geq\frac{2}{3}$
   - C) $(7-5x)(x+2)(x-1)\leq 0$
   - D) $x^2-7x+6\leq 0$
3. *Решить систему уравнений*

$$\begin{cases} x+7y=6 \\ 3x+4y=1 \end{cases}$$

4. *Решить систему неравенств*

$$\begin{cases} 4x-7\leq 6x+5 \\ 7x+2>2x-7 \end{cases}$$

Теоретические вопросы

1. Какие виды уравнений Вы знаете? Привести примеры .
2. Перечислить правила, которые приводят к равносильным уравнениям.

3. Какие виды неравенств Вы знаете? Привести примеры.
4. Перечислить правила, которые приводят к равносильным неравенствам.
5. Записать формулы Крамера для решения системы двух линейных уравнений с двумя неизвестными *x* и *y*.

Тема считается сданной, если студент решил все задачи и может их объяснить, а также, знает ответ на любой теоретический вопрос.

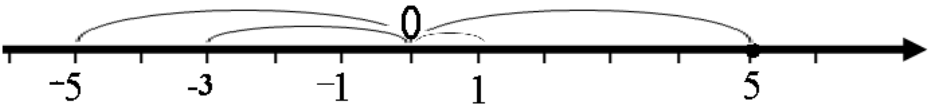
Уравнения. Неравенства. Системы уравнений и неравенств.

Арифметические операции над числами

Опр. Модулем числа x называют расстояние от числа до нуля.
Модуль - всегда число положительное.

$|x|$ - обозначение модуль $|x\leq|0$

Пример: $|1| = 1 \quad |-3| = 3 \quad |5| = 5 \quad |-5| = 5$



Опр. Числа *a* и *–a* называются *противоположными*.
Пример. 6 и -6 – противоположные числа.
Существуют четыре базовые арифметические операции: *сложение, вычитание, умножение и деление*.
Сложение и вычитание – это взаимно-обратные операции, т.е. от вычитания можно перейти к сложению по правилу:

$$a-b= a+(-b)$$

Сложение чисел одного знака: при сложении чисел одного знака необходимо модули чисел сложить и сохранить знак чисел.
3+5=8

-3+(-5)=-8

-3-2=-3+(-2)=-5

Сложение чисел разного знака: при сложении чисел разных знаков необходимо из большего модуля вычесть меньший модуль, а знак поставить такой же, как у числа с наибольшим модулем.

3+(-5)=-2

-7+4=-3

-7+10=3

Свойства сложения: $a+0=a$

$$a+(-a)=a-a=0$$

$$a+b=b+a$$

$$a+(b+c)=(a+b)+c$$

Умножение и деление – это взаимно-обратные операции, т.е. от деления можно перейти к умножению.

Опр. *Дробь* – это выражение вида $\frac{a}{b}=a:b$,

где a – *числитель* дроби, b – *знаменатель* дроби, b≠0

Пример: $\frac{2}{3}=2:3$; $4=\frac{4}{1}=4:1$

Опр. Числа a и $\frac{1}{a}$ называются *взаимно-обратными* числами.

Задача. Найти числа взаимно-обратные к заданным числам:

$a=6 \quad \frac{1}{a}=\frac{1}{6}$

$a=\frac{1}{7} \quad \frac{1}{a}=7$

$a=0{,}6=\frac{6}{10}=\frac{3}{5} \quad \frac{1}{a}=\frac{5}{3}$

Утверждение: разделить одно число на другое – это все равно, что умножить первое число на число взаимно-обратное второму числу:

$$a:b=a\cdot\frac{1}{b}$$

Пример.

$2:\frac{1}{3}=2\cdot3=6;\quad \frac{4}{5}:7=\frac{4}{5}\cdot\frac{1}{7}=\frac{4}{35};\quad \frac{4}{5}:\frac{2}{3}=\frac{4}{5}\cdot\frac{3}{2}=\frac{4\cdot3}{5\cdot2}=\frac{2\cdot3}{5}=\frac{6}{5}$

Утверждение: при умножении (делении) двух чисел одного знака получается число положительное.

$+\cdot+=+$

$-\cdot-=+$

Утверждение: при умножении (делении) двух чисел разного знака получается число отрицательное.

$+\cdot-=-$

$-\cdot+=-$

Свойства умножения и деления:

$a\cdot1=a$

$a\cdot0=0$

$a:1=a$

$a:a=1$

$a\cdot\frac{1}{a}=1$

$a\cdot b=b\cdot a$

$a\cdot(b\cdot c)=(a\cdot b)\cdot c$

$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c$

Арифметические операции с дробями

При сложение (вычитание) дробей с одинаковыми знаменателями числители складываются (вычитаются), а знаменатель остается без изменений.

$$\frac{2}{9}+\frac{5}{9}=\frac{2+5}{9}=\frac{7}{9}$$

При сложение (вычитание) дробей с разными знаменателями дроби необходимо привести к общему знаменателю, для этого числители и знаменатели дробей умножаются на дополнительные множители

$$\frac{2}{9}+\frac{5}{7}=\frac{2\cdot 7}{9\cdot 7}+\frac{5\cdot 9}{7\cdot 9}=\frac{14+45}{63}=\frac{59}{63}$$

При умножении дробей числители и знаменатели перемножаются

$$\frac{2}{9}\cdot\frac{5}{7}=\frac{10}{63}$$

Выражения

С помощью арифметических операций можно записать числовое и буквенное выражение.

Пример: $4\cdot\frac{3+5}{9}-3,6$ - числовое выражение.

$\frac{x-3}{x^2+1}-\frac{1}{x+3}$ - буквенное выражение.

Как правило, в задачах для числового выражения требуется найти его значение, а для буквенного выражения – упростить и найти значение выражения для заданных значениях переменных. При упрощении часто используются *формулы сокращенного умножения*

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$$

$$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$$

$$a^2-b^2=(a-b)(a+b)$$
$$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$$
$$(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$$
$$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$$
$$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$$

Задача. Привести к общему знаменателю

$$\frac{x-3}{x^2-1}-\frac{1}{x+3}=\frac{(x-3)(x+3)}{(x^2-1)(x+3)}-\frac{x^2-1}{(x^2-1)(x+3)}=\frac{(x^2-9)-(x^2-1)}{(x^2-1)(x+3)}=$$
$$=\frac{x^2-9-x^2+1}{(x^2-1)(x+3)}=\frac{-10}{(x^2-1)(x+3)}$$

Опр. Множество значений переменной, при котором выражение имеет смысл, называют областью определения выражения или множеством допустимых значений.

При нахождении области определения выражения, которое записано в виде дроби, необходимо помнить, что дробь равна нулю тогда, когда числитель равен нулю, а знаменатель отличен от нуля.

Задача. Найти область определения выражения.

$$\frac{x^2+1}{x+3}$$

$x+3\neq 0$

$x\neq -3$, т.е. x может принимать любое значение, кроме -3.

При нахождении области определения выражения, которое содержит квадратный корень, необходимо помнить, что подкоренное выражение не может быть число отрицательным.

Задача. Найти область определения выражения

$$\sqrt{xy}$$

$xy\geq 0$, т.е. x и y должны быть от одного знака

Уравнения

Опр. *Уравнение* – это равенство с переменной.
Чаще всего переменные обозначаются буквами x, y, z
Бывают уравнения от одной переменной, от двух переменных, от нескольких переменных.
Например:
А) $13x-30=35$ – уравнение от одной переменной
Если вместо переменной x написать число 5, то получим верное равенство. Говорят, что число 5 удовлетворяет уравнению.
В) $x+y=7$ – уравнение от двух переменных
Если вместо переменной x написать число 5, а вместо переменной y написать число 2, то получим верное равенство. Говорят, что числа 5 и 2 удовлетворяют уравнению.
Опр. Число, которое удовлетворяет уравнению, называется его *корнем* или *решением*. *Решить уравнения* - это значит найти все его корни или показать, что они не существуют.
Опр. Два уравнения называются *равносильными*, если их решения совпадают.
Например: $13x-30=35$ *и* $x-5=0$ – равносильные уравнения, т.к. имеют одинаковое решение $x=5$.
Решая уравнение, наша задача состоит в том, чтобы получить более простое равносильное уравнение. Перечислим **правила**, которые приводят к равносильным уравнениям.

1. В любой части уравнения можно раскрыть скобки, используя законы сложения и умножения, и привести подобные слагаемые. Необходимо помнить, что если перед скобкой стоит знак минус, то при раскрытии скобок знаки выражений меняются на противоположные знаки.
2. Любой член уравнения можно перенести из одной части уравнения в другую, поменяв его знак на противоположный знак.

3. К левой и правой частям уравнения можно прибавить (вычесть) одно и тоже число.
4. Обе части уравнения можно умножить или разделить на одно и то же число, отличное от нуля.

Виды уравнений и способы их решения

Будем рассматривать уравнения от одной переменной. Выделим некоторые виды уравнений.

1.*Линейным уравнением* называется уравнение вида $\boldsymbol{a \cdot x + b = c}$, где a, b, c это известные числа, $a \neq 0$, x - неизвестное число.

Пример 1

$13x - 30 = 35$

$13x = 35 + 30$

$13x = 65$

$x = 65 : 13$

$x = 5$

Ответ: $\{5\}$ – корень уравнения

Пример 2

$$\frac{3x}{5} + 2 = \frac{6}{7}$$

Для того чтобы коэффициенты были числа целыми, умножим обе части уравнения на 5, а затем на 7, не забывая , что каждое слагаемое умножается на число.

$$\frac{3x}{5} + 2 = \frac{6}{7} \quad (\times 5)$$

$$3x + 10 = \frac{30}{7} \quad (\times 7)$$

$$21x + 70 = 30$$

$$21x = 30 - 70$$

$$21x = -40$$

$$x = -\frac{40}{21}$$

2. *Квадратное уравнение* – уравнение вида $ax^2+bx+c=0$, где $a\neq 0$
Для его решения необходимо найти дискриминант

$$D=b^2-4ac$$

Если D≥0, то решения находят по формуле

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$$

Пример

$x^2+3x+2=0$

a=1 b=3 c=2

$D=b^2-4ac=3^2-4\cdot1\cdot2=9-8$

D=1>0

$$x=\frac{-3\pm\sqrt{1}}{2\cdot1}=\frac{-3\pm1}{2}$$

$$x_1=\frac{-3-1}{2}=-2;$$

$$x_2=\frac{-3+1}{2}=-1$$ - *корни уравнения*

Ответ: {-2;-1 } – два корня

3. Уравнение *в виде произведения*, правая часть которого равна нулю:

$$f(x)\cdot g(x)\cdot\ldots\cdot t(x)=0$$

Пример

$(x-4)(x+9)(3x+2)=0$

Для решения следует использовать правило: *произведение равно нулю тогда, когда хотя бы один из множителей равен нулю.*

x-4=0 *x+9=0* *3x+2=0*

x=4 *x=-9* *3x=-2 (:3)*

$$x=-\frac{2}{3}$$

Ответ: $\{4;-9;-\frac{2}{3}\}$ – три корня

4. *Дробно-рациональное* уравнение – уравнение, правая часть которого равна нулю, а левая представляет из себя дробь с отличным от нуля знаменателем *:*

$$\frac{f(x)}{g(x)}=0, \text{ где } g(x)\neq 0$$

Для решения следует использовать правило: *дробь равна нулю тогда, когда числитель равен нулю, а знаменатель не равен нулю.*

Пример

$$\frac{2}{x-3}+\frac{7}{5-x}=0$$

Приведем уравнение к *дробно-рациональному виду.*

$$\frac{2(5-x)}{(x-3)(5-x)}+\frac{7(x-3)}{(5-x)(x-3)}=0$$ - умножаем «крест на крест»

$$\frac{2(5-x)+7(x-3)}{(x-3)(5-x)}=0$$

$$\frac{10-2x+7x-21}{(x-3)(5-x)}=0$$

$$\frac{5x-11}{(x-3)(5-x)}=0$$

Подсказка: необходимо привести к общему знаменателю, раскрыть скобки, привести подобные и сложить дроби. Дробь равна нулю, когда числитель равен нулю, а знаменатель отличен от нуля.

$5x-11=0$ - числитель равен нулю

$5x=11$

$x=\frac{11}{5}$

Проверка: подставим найденное число в знаменатель

$(x-3)(5-x)=\left(\frac{11}{5}-3\right)\left(5-\frac{11}{5}\right)\neq 0$ - знаменатель не равен нулю,

следовательно, найденное число является корнем уравнения.

5. *Степенное уравнение – уравнение вида* $x^n = b$ *(неизвестная стоит под знаком степени)*

Пример: $x^3 = 8$, n - нечетное число

x=2

$x^4 = 81$, n - четное число

x=±3

6. *Показательное уравнение – уравнение вида* $a^x = b$, где $a>0, b>0, a\neq 1$ *(неизвестная стоит в показателе степени)*

Например: $2^x = 32$

x=5

7. *Логарифмические уравнения – уравнения вида* $\log_a x=b$, где $a>0$, $a\neq 1$ *(неизвестная стоит под знаком логарифма)*

Например: $\log_3 x=4$

x=81

8. *Тригонометрические уравнения* – уравнения вида:

$sin(x)=a$, *где* $-1\leq a\leq 1$, например $sin(x)=0,5$

$cos(x)=a$, *где* $-1\leq a\leq 1$, например $cos(x)=1$

$tg(x)=a$, *где* a – любое число, например $tg(x)=7$

$ctg(x)=a$, *где* a – любое число, например $ctg(x)=-0,3$

Система линейных уравнений

Опр. Система вида $\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y = b_1 \\ a_{21}x + a_{22}y = b_2 \end{cases}$ называется *системой двух линейных уравнений с двумя неизвестными x и y*.

Уравнения - линейные, т.к. переменные *x* и *y* взяты в первой степени.

a_{11} , a_{12}, a_{21}, a_{22} – коэффициенты при неизвестных

b_1 , b_2, - – свободные коэффициенты .

Пример: $\begin{cases} x + 2y = 4 \\ 3x + y = 7 \end{cases}$

$a_{11}=1$ $a_{12}=2$, $a_{21}=3$ $a_{22}=1$ – коэффициенты при неизвестных

$b_1=4$, $b_2=7$ – свободные коэффициенты

Решить систему – это значит найти такие значения переменных х и у, которые удовлетворяют каждому уравнению системы.

Для системы, записанной выше, решением будет пара чисел (2;1), т.е x=2 и y=1. Для проверки подставим значения *x* и *y* в систему.

$$\begin{cases} 2 + 2 \cdot 1 = 4 \\ 3 \cdot 2 + 1 = 7 \end{cases}$$

Получили в системе два верных равенства, левые и правые части которых, совпадают.

В школьном курсе математики рассматривались такие методы решения системы, как метод подстановки и метод суммирования.

Будем решать систему новым методом, используя формулы Крамера.

Необходимо вычислить три, так называемых, определителя по следующим правилам.

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$ - основной определитель (дельта)

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix} = b_1a_{22} - b_2a_{12}$$ - вместо коэффициентов при переменной *x* записываем свободные коэффициенты (дельта икс)

$\Delta_y = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix} = a_{11}b_2 - b_1a_{21}$ - вместо коэффициентов при переменной *y* записываем свободные коэффициенты (дельта игрек)

Формулы Крамера: $x = \dfrac{\Delta_x}{\Delta}$

$$y = \frac{\Delta_y}{\Delta}$$

Пример: $\begin{cases} x + 2y = 4 \\ 3x + y = 7 \end{cases}$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot 1 - 3 \cdot 2 = -5$$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 7 & 1 \end{vmatrix} = 4 \cdot 1 - 7 \cdot 2 = -10$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 7 \end{vmatrix} = 1 \cdot 7 - 3 \cdot 4 = -5$$

$$x = \frac{-10}{-5} = 2$$

$$y = \frac{-5}{-5} = 1$$

Ответ: (2;1)

Замечание: формулами Крамера нельзя воспользоваться, если основной определитель равен нулю.

Неравенства

Рассмотрим выражение, которое содержит знак неравенства и переменную.

Примеры: x>5, $\frac{x+1}{3-x} \le 5$, $2x^2-3x+5<0$, $x^5 \le 32$

Опр. Значение переменной *x*, которое удовлетворяет неравенству, называется *решением неравенства.*

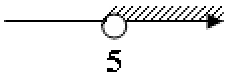
Решить неравенство – это значит найти множество всех его решений.

Пример: *x*>5

x=7 –одно из решений неравенства, т.к. 7>5 – верное неравенство

Решим неравенство графически.

Ответ: (5;+∞) – множество всех решений неравенства.



Опр. Два неравенства называются *равносильными*, если их множества решений совпадают.

Например: *x*>5 *и x-30>35* – равносильные неравенства, т.к. имеют одинаковое решение – интервал (5;+∞).

Решая неравенство, наша задача состоит в том, чтобы получить более простое равносильное неравенство. Перечислим **правила**, которые приводят к равносильным неравенствам.

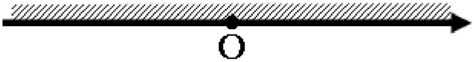
1. Любое выражение неравенства можно переносить из одной части неравенства в другую, меняя знак выражения на противоположный.
2. Можно раскрывать скобки и приводить подобные слагаемые.
3. Можно к обеим частям неравенства прибавить (вычесть) любое число.
4. Обе части неравенства можно умножить или разделить на любое положительное число, при этом знак неравенства не меняется.

5. Обе части неравенства можно умножить или разделить на любое отрицательное число, при этом знак неравенства меняется на противоположный знак.

Числовые интервалы

Напомним определения и обозначения различных числовых интервалов, а также неравенств, которые связаны с этими интервалами.

Числовая прямая R=(-∞;+∞)



$-\infty \le x \le +\infty$

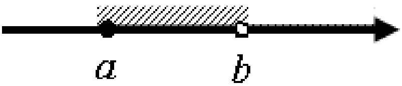
Отрезок: $[a;b]$

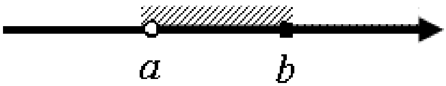
$a \le x \le b$

Интервал: $(a;b)$

$a < x < b$

Полуинтервалы: $[a;b)$ $(a;b]$

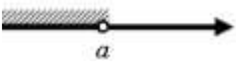


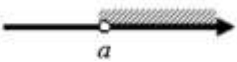


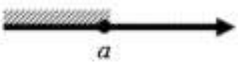
$a \le x < b$ $a < x \le b$

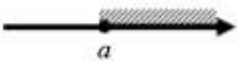
Бесконечные числовые промежутки

$(-\infty;a)$ $(a;+\infty)$ $(-\infty;a]$ $[a;+\infty)$









$x < a$ $x > a$ $x \le a$ $x \ge a$

Виды неравенств и способы их решения

Будем рассматривать неравенства от одной переменной. Выделим некоторые виды неравенств.

1. *Линейное неравенство* – неравенство, которое содержит переменную в первой степени

Пример:

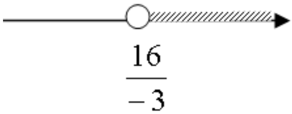
2x-17<15+8x – *линейное неравенство*

2x-8x<15+17 перенос выражений из одной части неравенства в другую

-6x<32 :(-6) деление на отрицательное число

$$x > \frac{32}{-6}$$

$$x > \frac{16}{-3}$$



Ответ: $(\frac{16}{-3};+\infty)$

При решении линейного неравенства используют действия, которые приводят к равносильному неравенству более простого вида.

2. *Квадратное неравенство* – неравенство, которое содержит переменную во второй степени

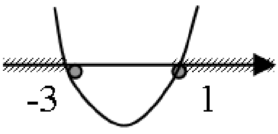
Пример: $x^2+2x-3\geq 0$ - *квадратное неравенство*

a=1 b=2 c=-3

$$D=b^2-4ac=2^2-4\cdot 1\cdot(-3)=4+12=16$$

Найдем корни уравнения

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}=\frac{-2\pm\sqrt{16}}{2\cdot 1}=\frac{-2\pm 4}{2}$$



$x_1=-3 \quad x_2=1$

Ветви параболы $y=x^2+2x-3$ смотрит вверх, т.к. a=1>0, и пересекают ось в точках -3 и 1.

Знак неравенства ≥ 0, следовательно, нас интересует та часть графика, которая лежит в плюсе, выше оси.

Ответ: (-∞;3] U [1;+∞)

3. Неравенство в виде произведения, правая часть которого равна нулю: *f(x)·g(x)·…·t(x)<0*

Пример.

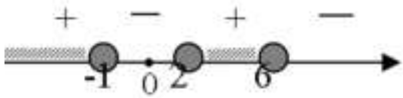
$(x-6)\cdot(x+1)\cdot(2-x)\geq 0$.

Подобные неравенства решаются *методом интервалов*. Приравняем каждый множитель к нулю и найдем возможные точки перемена знака:

x-6=0 x+1=0 2-x=0

x=6 x=-1 x=2

Отметим точки на числовом луче.



Точки разбивают луч на четыре интервала, найдем знак выражения на интервале, который содержит ноль. Т.к. каждый множитель не содержит степеней, то остальные знаки можно расставить автоматически.

Интервал [-1;2] содержит x=0

$(x-6)\cdot(x+1)\cdot(2-x)= (0-6) \cdot (0+1) \cdot (2-0) = (-) \cdot (+) \cdot (+) <0$

Т.к. знак исходного неравенства ≥0, то нас интересуют только интервалы с плюсом.

Ответ: (-∞;-1]U[2;6]

4. *Неравенство в виде дроби*, правая часть которого равна нулю:

$$\frac{f(x)}{g(x)}<0, \text{ где } g(x)\neq 0$$

Пример 1.

$$\frac{x+1}{3-x}\ge 5$$

Приведем неравенство к нужному виду так, чтобы слева стояла дробь, а справа ноль.

$$\frac{x+1}{3-x}-5\ge 0$$

$$\frac{x+1}{3-x}-\frac{5}{1}\ge 0$$

$$\frac{x+1}{3-x}-\frac{5(3-x)}{3-x}\ge 0$$

$$\frac{x+1-15+5x}{3-x}\ge 0$$

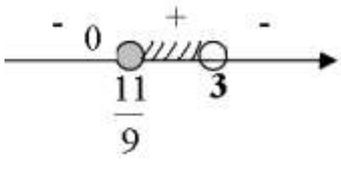
$$\frac{6x-14}{3-x}\ge 0$$

Приравняем каждый множитель к нулю и найдем возможные точки перемена знака выражения.

6x-14=0 *3-x=0*

6x=14 (:6) *x=3*

$$x=\frac{14}{6}=\frac{7}{3}\approx 2{,}3$$



Отметим точки на числовом луче.
Точки разбивают луч на три интервала, найдем знак выражения на интервале, который содержит ноль. Т.к. каждый множитель не содержит степеней, то остальные знаки можно расставить автоматически.

Интервал $[-\infty;\frac{11}{9})$ содержит x=0

$$\frac{(6\cdot 0-1)\cdot 4}{(3-0)}=\frac{-}{+}=(-)<0$$

Т.к. знак исходного неравенства ≥ 0, то нас интересуют только интервалы с плюсом.

Значение x=3 не включаем в ответ, т.к. в этом случае знаменатель будет равен нулю.

Ответ: $[\frac{11}{9};3)$

Пример 2.

$$\frac{x+1}{3x-4}<\frac{5}{2}$$

$$\frac{x+1}{3x-4}-\frac{5}{2}<0$$

$$\frac{2(x+1)}{2(3x-4)}-\frac{5(3x-4)}{2(3x-4)}<0$$

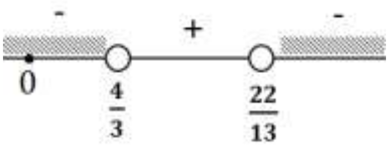
$$\frac{2x+2-15x+20}{2(3x-4)}<0$$

$$\frac{-13x+22}{2(3x-4)}<0$$

Найдем точки перемены знака, приравняв числитель и знаменатель к нулю

-13x+22=0 3x-4=0

$x=\frac{\mathbf{22}}{\mathbf{13}}$ $x=\frac{\mathbf{4}}{\mathbf{3}}$



Интервал (-∞;4/3) содержит x=0

$$\frac{-13x+22}{2(3x-4)}=\frac{-13\cdot 0+22}{2\cdot(3\cdot 0-4)}=\frac{+}{-}<0$$

Для ответа берем интервалы со знаком минус, т.к. знак неравенства <0

Ответ: (-∞;4/3)U(22/14;+∞)

Система линейных неравенств

Если несколько линейных неравенств объединить в систему, то получим *систему неравенств*.

Решить систему неравенств – это значить найти такое множество решений, которое удовлетворяло бы каждому неравенству системы.

Пример:

$$\begin{cases} x > 4 \\ x < 7 \end{cases}$$ - система из двух неравенств

x=5 – решение системы, т.к. если подставить значение в каждое неравенство, то получим верные неравенства:

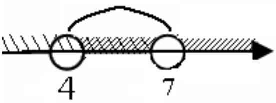
$$\begin{cases} 5 > 4 \\ 5 < 7 \end{cases}$$

x=6 – решение системы, т.к. если подставить значение в каждое неравенство, то получим верные неравенства:

$$\begin{cases} 6 > 4 \\ 6 < 7 \end{cases}$$

Для того чтобы найти множество всех решений системы, необходимо решить каждое неравенство в отдельности, а затем найти пересечение решений.

На числовой прямой отметим решение для каждого неравенства, а затем найдем их пересечение.



Ответ: (4;7) – множество всех решений системы.

Пример.

$$\begin{cases} 4x-7<9x+1 \\ 3x+1\ge 2x-5 \end{cases}$$

перенесем все выражения с x в левую часть, а все без x в правую часть

$$\begin{cases} 4x-9x<1+7 \\ 3x-2x\ge -5-1 \end{cases}$$

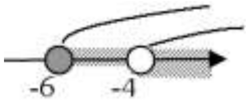
приведем подобные

$$\begin{cases} -5x < 20 \\ x \geq -6 \end{cases}$$

разделим первое неравенство на -5, меняя знак неравенства на противоположный

$$\begin{cases} x > -4 \\ x \geq -6 \end{cases}$$

На координатной прямой изображаем решение для каждого неравенства в отдельности и находим их пересечение



Ответ: (-4;+∞)