

КОМИТЕТ ОБЩЕГО И ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
ЛЕНИНГРАДСКОЙ ОБЛАСТИ  
ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ЛЕНИНГРАДСКОЙ ОБЛАСТИ  
«ВОЛХОВСКИЙ АЛЮМИНИЕВЫЙ КОЛЛЕДЖ»

**ЗАНЯТИЕ ПО ТЕМЕ «ЛОГИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ С ЧИСЛАМИ»  
ДЛЯ СТУДЕНТОВ 1 КУРСА  
КРУЖОК МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ**

Разработчик:  
Фомина Елена Анатольевна  
преподаватель математики и информатики

**Волхов 2017**

## Содержание

<u>Теоретический материал.....</u>	<u>3</u>
<u>Натуральные числа.....</u>	<u>3</u>
<u>Числовые последовательности.....</u>	<u>4</u>
<u>Решение задач.....</u>	<u>6</u>
<u>Задача 1.....</u>	<u>6</u>
<u>Задача 2.....</u>	<u>7</u>
<u>Задача 3.....</u>	<u>7</u>
<u>Задача 4.....</u>	<u>8</u>
<u>Задачи для самостоятельного решения.....</u>	<u>9</u>
<u>Задача 5.....</u>	<u>9</u>
<u>Задача 6.....</u>	<u>9</u>
<u>Задача 7.....</u>	<u>9</u>

## Тема занятия «Логические задачи с числами»

### Теоретический материал

#### Натуральные числа

Натуральные числа – это числа 1, 2, 3, 4 ....

Натуральные числа могут быть четными (делятся на 2) и нечетными.

Четные числа - 2 4 6 8 10 12 ...

Нечетные числа - 1 3 5 7 9 11 13 15 ....

Все целые числа (кроме 0 и 1) имеют минимум два делителя: 1 и само число. Числа, не имеющие других делителей, называются **простыми числами**. Числа, имеющие другие делители, называются **составными числами**.

Таким образом, все натуральные числа, за исключением единицы, разбиваются на простые и составные.

Простых чисел – бесконечное множество.

Ниже приведены простые числа, не превосходящие 100:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43,  
47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97

#### Свойства сложения, умножения натуральных чисел:

- При сложении двух четных чисел получается четное число
- При сложении двух нечетных чисел получается четное число
- При сложении четного и нечетного чисел получается нечетное число
- При умножении любого числа на четное число получается число четное
- При умножении двух нечетных чисел получается число нечетное

#### Признаки делимости натуральных чисел

- Если каждое слагаемое делится на некоторое число, то и сумма делится на это число.
- Если в произведении хотя бы один из множителей делится на некоторое число, то и произведение делится на это число.
- Натуральное число делится на 2 тогда и только тогда, когда последняя цифра делится на 2.

- Натуральное число делится на 5 тогда и только тогда, когда его последняя цифра либо 0, либо 5.
- Натуральное число делится на 10 тогда и только тогда, когда его последняя цифра 0.
- Натуральное число, содержащее не менее трех цифр, делится на 4 тогда и только тогда, когда делится на 4 двузначное число, образованное последними двумя цифрами заданного числа.
- Натуральное число делится на 3 тогда и только тогда, когда сумма его цифр делится на 3.
- Натуральное число делится на 9 тогда и только тогда, когда сумма его цифр делится на 9.

### Числовые последовательности

*Числовая последовательность* – это ряд чисел, в котором каждое число (элемент последовательности) имеет свой порядковый номер.

Пример: 2 4 6 8 .... – последовательность четных чисел

$a_1 = 2$  – первый элемент последовательности

$a_2 = 4$  – второй элемент последовательности

$a_3 = 6$  – третий элемент последовательности

$a_4 = 8$  – четвертый элемент последовательности

Числовая последовательность кратко обозначается следующим

образом  $\{a_n\}: a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ , где

$a_n$  –  $n$ -ый элемент последовательности.

### Способы задания последовательности:

#### 1) словесный

**Пример:**  $\{a_n\}$  – последовательность простых чисел, т.е. чисел, которые не имеют делителей, отличных от 1 и самого числа.

$\{a_n\} = \{2; 3; 5; 7; 11; 13; \dots\}$

2) *формулой общего элемента* последовательности  $a_n$ , которая позволяет, зная номер элемента, найти сам элемент.

элемента

**Пример:**

A)  $a_n = 2 \cdot n - 1$  – формула общего элемента

$a_1 = 2 \cdot 1 - 1 = 1$

$a_2 = 2 \cdot 2 - 1 = 3$

$a_3 = 2 \cdot 3 - 1 = 5$

...

$\{a_n\} = \{1; 3; 5; \dots\}$

В)  $a_n = \frac{1}{n^2}$  – формула общего элемента

$$a_1 = \frac{1}{1^2} = \frac{1}{1} = 1$$

$$a_2 = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$$

$$a_3 = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$$

...

$$\{a_n\} = \left\{1; \frac{1}{4}; \frac{1}{9}; \dots\right\}$$

3) *рекуррентной формулой*, которая позволяет находить очередной элемент, зная предыдущие элементы

**Пример:**

А)  $a_1 = 100$  – первый элемент последовательности известен

$a_n = a_{n-1} - 10$  – для того чтобы найти новый элемент  $a_n$ , необходимо из предыдущего элемента  $a_{n-1}$  вычесть число 10

$$a_1 = 100$$

$$a_2 = a_1 - 10 = 100 - 10 = 90$$

$$a_3 = a_2 - 10 = 90 - 10 = 80$$

...

$$\{a_n\} = \{100; 90; 80; \dots\}$$

В)  $a_1 = 1$

$$a_2 = 1$$

$a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$  – для того, чтобы найти новый элемент  $a_n$ , необходимо сложить два предыдущих элемента

$$a_1 \ a_2 \ \dots \ a_{n-2} \ a_{n-1} \ a_n \ \dots$$

1 1 2 3 5 8 13 21 ... - числа Фибоначчи

## Решение задач

### Задача 1.

Расставьте все 9 цифр: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, и 9 в числителе и знаменателе дроби, используя каждую цифру один и только один раз, так чтобы получилась дробь равная  $1/3$ .

*Решение:*  $C=A/V$

Число  $V$  в три раза больше числа  $A$ .

$$A=** \quad V=***** \quad A=98 \quad V=98*3=294$$

$$A=*** \quad V=***** \quad A=987 \quad V=987*3=2961$$

$$A=**** \quad V=***** \quad A=9876 \quad V=9876*3=29628$$

*Вывод:* число  $A$  может быть только четырехзначным, а число  $V$  – пятизначным.

Если число  $A$  начинается с 1, то берем по максимуму:  $1987*3=5961$

Если число  $A$  начинается с 2, то берем по максимуму:  $2987*3=8961$

Если число  $A$  начинается с 3, то берем по максимуму:  $3987*3=11961$

*Вывод:* число  $A$  не может начинаться на 1 или 2.

Число  $V$  делится на три, если сумма его цифр делится на три.

Варианты последней цифры числа  $V$  : 1 2 4 5 6 7 8

Варианты первой цифры числа  $V$ : 1 2.

Первые две цифры числа  $V$  образуют число, которое можно представить в виде:  $3 \cdot k + 1$  или  $3 \cdot k + 2$ , где  $k$  – первая цифра числа  $A$

Варианты первых двух цифр числа $V$	13	16	19	14	17	25	28	23	26
Первая цифра числа $A$	4	5	6	4	5	8	9	7	8

Будем решать задачу перебором:

$A=5**** \quad V=16**** \quad V=16347$  – с точностью до перестановки последних трех цифр

$$A=5449 \quad A=5458 \quad A=5479 \quad A=5491 \quad A=5578 \quad A=5581$$

Нет подходящего варианта.

Рассматривая и перебирая возможные комбинации, получим ответ:

$$A=5832 \quad V=17496$$

## Задача 2

Если приписать цифру 1 впереди некоторого пятизначного числа, то получится число в 3 раза меньше, чем в том случае, если приписать цифру 1 в конце этого же числа. Найдите это число.

*Решение:*

При помощи простого уравнения можно определить, что это число 42857.

$$3(x+100000) = 10x+1$$

## Задача 3

Вместо букв подставить числа

*Решение:*

Буквы О и Т в сумме дают число, большее 10. Если предположить обратное, то получим:

$$O+T=K$$

$$T+O=O \neq K$$

Буква К не может быть больше 4, т.к. при сложении двух одинаковых чисел мы получим число однозначное:

$$K=1$$

Необходимо подобрать числа, которые в сумме дают число, оканчивающееся на 1.

$$\text{Варианты: } O+T=2+9=3+8=4+7$$

1	9	2
1	2	9
3	2	1

1	8	3
1	3	8
3	2	1

1	7	4
1	4	7
3	2	1

$$K=2$$

Необходимо подобрать числа, которые в сумме дают число, оканчивающееся на 2.

$$\text{Варианты: } O+T=3+9=4+8=5+7$$

2	9	3
2	3	9
5	4	2

2	8	4
2	4	8
5	3	2

2	5	7
2	7	5
5	3	2



**K=3**

Необходимо подобрать числа, которые в сумме дают число, оканчивающееся на 3.

Варианты:  $O+T=4+9=5+8=6+7$

3	6	7
3	7	6
7	4	3

3	8	5
3	5	8
7	4	3

3	3	4
3	4	9
7	7	3

**K=4**

Необходимо подобрать числа, которые в сумме дают число, оканчивающееся на 4.

Варианты:  $O+T=6+8=5+9$

4	9	5
4	5	9
9	5	4

4	8	6
4	6	8
9	5	4

*Ответ:* **K=4 T=9 O=5**

#### Задача 4

Существует бесконечное множество формул, которым удовлетворяет заданная конечная последовательность чисел. Найти формулы для следующих последовательностей.

A) 8723, 3872, 2387, ?

*Решение:* можно предложить очередную перестановку 7238

B) 1, 2, 4, 7, 11, ?

*Решение:*  $x_{n+1}=x_n+n$

$$x_1=1 \quad x_2=x_1+1=2 \quad x_3=x_2+2 \quad x_4=x_3+3=4+3=7 \quad x_5=x_4+4=11$$

$$x_6=x_5+5=11+5=16$$

C) 23, 45, 89, 177, ?

*Решение:*  $x_{n+1}=2x_n-1$

$$x_1=23 \quad x_2=46-1=45 \quad x_3=90-1=89 \quad x_4=178-1=177$$

$$x_5=2 \cdot 177 - 1 = 353$$



## Задачи для самостоятельного решения

### Задача 5

Пользуясь цифрами: «1», «9», «9» и «6» и знаками арифметических операций: «+», «-», «х», «:», знаком извлечения корня и скобками, получите следующие результаты:

29, 32, 35, 38, 70, 73, 76, 77, 100 и 1000.

Все четыре цифры должны быть использованы только в заданном порядке, каждая цифра только один раз, и нельзя переворачивать цифры вверх ногами.

### Задача 6

Продолжить последовательность

- 7, 5, 8, 4, 9, 3, ?
- 11, 19, 14, 22, 17, 25, ?
- 3, 8, 15, 24, 35, ?

### Задача 7

Если возможно, заменить буквы цифрами (одинаковые буквы заменяются одинаковыми цифрами)

$$\begin{array}{r} \text{МУХА} \\ \text{ХА} \\ \hline \text{— КХ} \\ \text{— АР} \\ \hline \text{— УХА} \\ \text{— УХА} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{КОШКА} \\ + \text{КОШКА} \\ \hline \text{КОШКА} \\ \hline \text{СОБАКА} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{ЛИСТОК} \\ + \text{ЛИСТОК} \\ \hline \text{ЛИСТОК} \\ \hline \text{ЛИСТОК} \\ \hline \text{БЛОКНОТ} \end{array}$$

$$\text{К} \cdot \text{О} \cdot \text{Т} + \text{П} \cdot \text{Ё} \cdot \text{С} = \text{М} \cdot \text{И} \cdot \text{Р}$$

$$\text{АНДРЕЙ} + \text{ЖАННА} = \text{ДРУЖБА}$$

### Задача 8

Ребята забыли номер телефона своего друга Петра, но вспомнили следующее:

- Вторая половина в номере телефона в четыре раза больше первой
  - Номер шестизначный и две средние цифры одинаковые
  - Вторая цифра вдвое больше первой
  - Третья цифра номера либо в 2 раза, либо на 2 единицы больше второй и какая-то из этих цифр, то ли вторая, то ли третья – двойка.
- Какой номер телефона у Петра.